Es fehlt jetzt noch eine mathematische Beziehung zwischen der für einen Ofen gewählten sekundlichen Treibstoffmenge, dem Ofendruck und der Absolutgröße des Halsquerschnittes. [Ist diese bekannt, so läßt sich der Mündungsquerschnitt mit Gl. (24) bestimmen.]

Das sekundlich durch die Düse strömende Treibstoffgemisch ist gemäß Kontinuitätsbedingungen gegeben durch

$$G_{sec} = \frac{f_m c_m}{v_m} .$$

Setzt man wieder c_m und v_m ein, so wird nach einigen Umformungen

$$G_{sec} = f_m p_i \left(\frac{2}{\varkappa+1}\right)^{\frac{1}{\varkappa-1}} \sqrt{2g \frac{\varkappa}{\varkappa+1} \frac{1}{p_i v_i}} , \qquad (25a)$$

wegen der Zustandsgleichung natürlich auch

$$G_{sec} = f_m p_i \left(\frac{2}{\varkappa+1}\right)^{\frac{1}{\varkappa-1}} \sqrt{2g \frac{\varkappa}{\varkappa+1} \frac{1}{RT_i}} . \qquad (25b)$$

Setzt man hier wiederum $\varkappa = 1{,}2$, so kommt man zu der praktisch brauchbaren Form

$$f_m = \frac{G_{sec}}{2{,}09\, p_i} \sqrt{RT_i} . \qquad (25c)$$

Aus dieser Gl. läßt sich für eine sekundlich vorgesehene Menge G_{sec} und einen gewünschten Ofendruck p_i für jedes Mischungsverhältnis (Bestimmung von R und T_{ih} nach früherem) der Halsquerschnitt f_m ermitteln. Umgekehrt ist der zu erwartende Ofendruck, wenn ein Ofen von gegebenem Halsquerschnitt f_m mit der sekundlichen Menge G_{sec} beschickt werden soll, gegeben durch

$$p_i = \frac{G_{sec}}{2{,}09\, f_m} \sqrt{RT_i} . \qquad (25d)$$

Die Erfahrung zeigt nun, daß diese Werte nicht genau mit der Praxis übereinstimmen. Es sind vielmehr ganz bestimmte konstante Differenzen vorhanden, die sich leicht durch empirische Verbesserung der Ziffer 2,09 berücksichtigen lassen. Die Ursachen dieser Abweichung sind auf eine Veränderung insbesondere von $\varkappa$ zurückzuführen und sollen später in geschlossener Form behandelt werden.

Endlich wäre noch der Schub in eine handliche Beziehung zu diesen Ausdrücken zu bringen. Setzt man gemäß Gl. (4)

$$P_2 = \frac{G_{sec}}{g} c_a ,$$

so erhält man nach Einsetzen von Gl. (12b) und (25b) nach einigen Umformungen

$$P_2 = f_m p_i 2\varkappa \left(\frac{2}{\varkappa+1}\right)^{\frac{1}{\varkappa-1}} \sqrt{\frac{1}{\varkappa^2-1}\left[1-\left(\frac{p_a}{p_i}\right)^{\frac{\varkappa-1}{\varkappa}}\right]} \qquad (26a)$$

Nennt man hierin

$$a = 2\varkappa \left(\frac{2}{\varkappa+1}\right)^{\frac{1}{\varkappa-1}} \sqrt{\frac{1}{\varkappa^2-1}\left[1-\left(\frac{p_a}{p_i}\right)^{\frac{\varkappa-1}{\varkappa}}\right]} ,$$

so erhält man

$$P_2 = f_m a p_i . \qquad (26b)$$

a ist für einige Werte von $\varkappa$ in Tafel 6 als Funktion von p_i/p_a aufgetragen. Die Ermittlung des maximal möglichen Schubes für einen Ofendruck p_i und einen Halsquerschnitt f_m erfordert also nurmehr die Ablesung der zugehörigen Ziffer a.

Will man den Rückstoßeffekt der Rakete statisch erklären durch das Überwiegen der Ofendruckkräfte auf die der Düse gegenüberliegende Wand (Theorie Dr. Schweikert), so muß man denjenigen „mittleren" Gesamtdruck (d. h. die Summe von stat. Druck und Staudruck) in die Berechnung einführen, der sich durch Integration der Druckschichtung über die Düsenlänge ergibt. In Gl. (26b) stellt das Produkt $a \cdot p_i$ diesen mittleren Druck dar, wie er aus der dargelegten „dynamischen" Betrachtungsweise des Rückstoßeffektes hervorgeht. Es wäre für die Vervollkommnung der Rückstoßtheorie interessant, wenn es gelingen sollte, durch exakte Durchführung dieser statischen Untersuchung ein mit Gl. (26b) übereinstimmenden Ergebnis zu erhalten.

Schreibt man Gl. (26b) in der Form

$$\frac{P_2}{f_m} = a p_i , \qquad (26c)$$

so erkennt man, daß der „spezifische Rückstoß" (d. i. der Rückstoß pro cm^2 Halsquerschnitt) ausschließlich eine Funktion von $\varkappa$ und dem Druckgefälle ist. Diese für die Neukonstruktion von Raketenöfen besonders zweckmäßige und bequeme Funktion ist in Tafel 7 aufgetragen.

Alle in diesem Abschnitt dargelegten rechnerischen Beziehungen gelten für den Fall, daß die Querschnittsverhältnisse der Lavaldüse in jedem Augenblick genau für die durchgehende Menge und somit das vorhandene Druckgefälle richtig dimensioniert sind. Da nun im praktischen Betriebe insbesondere beim Freiflug, wie noch gezeigt wird, diese Voraussetzung niemals völlig erfüllt werden kann, wäre es noch von Interesse zu wissen, in welcher Größenordnung der Gewinn an Schub liegt, der sich durch Anbringung einer Düse überhaupt erzielen läßt.

Der prozentuale Gewinn gegenüber der einfachen Mündung ist

$$\Phi = \frac{P_2 - P_1}{P_1} = \frac{P_2}{P_1} - 1 , \qquad (27a)$$

wenn gemäß Gl. (4) und (26b)

$$P_2 = \frac{G_{sec}}{g} c_a = f_m a p_i$$

den Schub mit Düse und nach Gl. (3)

$$P_1 = \frac{G_{sec}}{g} c_m + (p_m - p_a) f_m$$

den Schub ohne Düse darstellen.

Setzt man in letzteren Ausdruck Gl. (21b) und (25c) ein, so wird

$$P_1 = \frac{2{,}09\, p_i f_m}{g\sqrt{RT_i}} \sqrt{g \varkappa\, 0{,}91\, T_i} + (0{,}564\, p_i - p_a) f_m$$

$$= f_m \left[2{,}09 \sqrt{\frac{\varkappa}{g}}\, p_i + 0{,}564\, p_i - p_a\right] .$$

Für $\varkappa = 1{,}2$ wird

$$P_1 = f_m [1{,}264\, p_i - p_a] .$$

Führt man für P_2 endlich Gl. (26b) ein, so ergibt sich als prozentualer Gewinn durch Anbringung der Expansionsdüse

$$\Phi = \frac{P_2}{P_1} - 1 = \frac{a p_i}{1{,}264\, p_i - p_a} - 1 . \qquad (27b)$$

In Tafel 8 ist Φ als Funktion des Druckverhältnisses p_i/p_a aufgetragen. Wie ersichtlich, beträgt z. B. für einen Innendruck $p_i = 15$ ata

$$\Phi_{15} = \frac{1{,}36 \cdot 15}{1{,}264 \cdot 15 - 1} - 1 = 13\,\% ,$$

sofern der Außendruck $p_a = 1$ ata beträgt.

Steigt nun eine Rakete frei auf, so entwickelt sich infolge ihrer Relativgeschwindigkeit zur Luft ein Sograum, wodurch der Außendruck natürlich auch an der Düsenmündung sinkt. Gelangt das Aggregat außerdem noch während des Brennens in große Höhen, so kann p_a auf einen minimalen Bruchteil von 1 ata absinken. Es ist ersichtlich, daß in diesem Falle Φ außerordentlich steigt. Beträgt z. B. der effektive Mündungsdruck nurmehr 0,1 ata, so wächst bei dem oben gewählten Innendruck von 15 ata der Gewinn auf

$$\Phi_{15/0{,}1} = \frac{1{,}47 \cdot 15}{1{,}297 \cdot 15 - 0{,}1} - 1 = 23\,\% .$$

Die Ausströmgeschwindigkeit kann in diesem Falle den gleichen Wert annehmen, als wenn der Ofendruck 150 ata bei normalem Außendruck betrüge.

Leider kann nun dieser günstige Umstand nicht ohne weiteres voll ausgenützt werden, weil die Expansionsdüse starr ist und sich somit nicht den veränderten Umständen mit der genügenden Elastizität anzupassen vermag. Für den Beginn des Brennvorganges sind nämlich durch das gegebene Verhältnis von Ofendruck zu Außendruck die Querschnittsverhältnisse der Düse bereits festgelegt. Würde die Düse nun, damit obiger