samtheit natürlich niemals 100 % übersteigen. Prof. Oberth bringt in seinem Buch „Wege zur Raumschiffahrt" eine sehr klare Ableitung zu dieser Frage des Gesamtwirkungsgrades, die allerdings in dieser Form nur für den luft- und schwerefreien Raum Gültigkeit hat.

$$A = \frac{m_0 - m_L}{2} \cdot c^2$$

sei die gesamte in Strömarbeit überführbare Brennstoffenergie der Rakete, wenn m_0 und m_L ihre Anfangs- und Endmasse darstellen. Mit unserer Gl. (2) wird dann bei $v_0 = 0$

$$v = c \cdot \ln \frac{m_0}{m_L} \quad \text{oder} \quad m_0 = m_L e^{\frac{v}{c}}$$

also

$$A = \frac{1}{2} m_L c^2 \left(e^{\frac{v}{c}} - 1\right).$$

Nach erfolgtem Antrieb bis zur Geschwindigkeit v hat die Rakete eine kinetische Energie $E = \frac{m_L v^2}{2}$ inne. Das Verhältnis

$$\eta_A = \frac{E}{A} = \frac{\frac{1}{2} m_L v^2}{\frac{1}{2} m_L c^2 \left(e^{\frac{v}{c}} - 1\right)} = \frac{\left(\frac{v}{c}\right)^2}{e^{\frac{v}{c}} - 1} \tag{9}$$

ist dann die Wirkungsziffer des Gesamtantriebs. Bezeichnet man nun $\frac{v}{c} = x$, $\frac{E}{A} = y$, so bekommt man $y = \frac{x^2}{e^x - 1}$.

Prof. Oberth hat nun diesem Ausdruck differenziert und durch Nullsetzung des Differentialquotienten

$$\frac{dy}{dx} = \frac{(e^x - 1)\, 2x - x^2 e^x}{(e^x - 1)^2} = 0$$

den optimalen Wert $x_{opt} = \frac{v}{c}$ bestimmt, bei dem der Wirkungsgrad des Antriebs am günstigsten wird. Der Zähler in obiger Gleichung wird dann Null, nach Division durch $2x \cdot e^x$ muß also sein

$$\frac{1}{2} x_{opt} + e^{-x_{opt}} = 1.$$

Daraus errechnet sich $x_{opt} = \frac{v}{c} = 1{,}593$; die Wirkungsziffer für diesen Fall wird

$$y = \eta_{A\,opt} = \frac{E}{A} = 64{,}7\,\%.$$

Mehr als dieser Teil der gesamten Strömenergie der Gase kann also auch im luft- und schwerefreien Raum unter den günstigsten Umständen der Rakete nicht zugute kommen. In Tafel 1 sind der momentane und der gesamte mechanische Wirkungsgrad des Aufstieges (für den luft- und schwerefreien Raum gültig) aufgetragen; es ist ersichtlich, wie der momentane Energieübergang grenzenlos wächst, die Gesamtwirkungsziffer jedoch nach Überschreitung ihres Optimums wieder sinkt.

Für den ballistischen Aufstieg einer Rakete im luft- und schwereerfüllten Feld läßt sich eine derartige eindeutige Beziehung für den Gesamtwirkungsgrad des Aufstieges als Funktion der Endgeschwindigkeit natürlich nicht aufstellen, da hier zuviel von konstruktiven Bedingungen abhängige Fragen mitspielen. Es läßt sich aber als Maßstab zweckmäßig eine ballistische Wirkungsziffer einführen, die als Quotient

$$\eta_B = \frac{\frac{m_L}{2} v_e^2 + G_L h}{t\, m_{sec}\, c^2_{a\,eff} \frac{1}{2}} = 2g \frac{G_L\left(\frac{v_e^2}{2g} + h\right)}{G_t\, c^2_{a\,eff}} \tag{10}$$

von tatsächlicher Energie der Rakete am Brennschluß zu gesamter Strömenergie der Gase ein Maß für die energetische Zweckmäßigkeit der Abschußverhältnisse darstellt. Es bedeuten hier: m_L, G_L Leermasse und Leergewicht der Rakete, G_t Gesamtgewicht der Treibstoffe, v_e Geschwindigkeit am Brennschluß, t Brennzeit, m_{sec} sekundlich ausströmende Gasmasse, h_e Höhe bei Brennschluß.

Für den natürlich äußerst wichtigen Fragenkomplex der Steigerung dieser ballistischen Wirkungsziffer gilt natürlich besonders die in Gl. (8) erhobene Forderung, die Rakete möglichst schnell auf eine hohe Eigengeschwindigkeit zu bringen, um den absoluten Energieübergang an die Rakete groß zu gestalten. Auf die Einzelheiten dieses Problems soll hier jedoch nicht eingegangen werden, da diese Fragen schon in der einschlägigen Literatur eingehend behandelt worden sind.

2. Verbrennung und Expansion

Die Arbeitsweise eines Raketenofens besteht in dem Zusammenwirken zweier einzelner Energieumsetzungen:

1. der Umsetzung der chemischen Energie der Treibstoffe in Wärme („Verbrennung") und
2. der Umsetzung der entstandenen Wärme in Strömungsarbeit („Expansion").

Um den Gesamtvorgang theoretisch erfassen zu können, müssen zunächst diese beiden Grundkomponenten getrennt voneinander untersucht werden. In Wahrheit besteht allerdings eine komplizierte Wechselwirkung zwischen beiden, auf die im Abschnitt 4 näher eingegangen werden soll. Die dort behandelte synthetische Betrachtungsweise hat übrigens für die praktische Berechnung von Raketenöfen kaum Bedeutung, da sie weniger geeignet ist, zu praktischen Daten zu führen, als zur Klärung grundsätzlicher Fragen und Erscheinungen.

In den folgenden Betrachtungen, in denen Verbrennung und Expansion also als zeitlich hintereinander liegende und voneinander unabhängige Vorgänge betrachtet werden sollen, wird angenommen, daß die gesamte umgesetzte chemische Energie zunächst zu einer Temperatursteigerung führt, die der Wärmekapazität der entstehenden Verbrennungsprodukte entspricht. Von der dadurch bedingten „hypothetischen Maximaltemperatur" beginnt nun das Verbrennungsgas entsprechend der adiabatischen Zustandsänderung bis ins Freie hinaus zu expandieren.

Zur Ermittlung der erreichbaren Ausströmgeschwindigkeit ist zunächst dieser Wert T_{ih} zu ermitteln. Hierzu bedient man sich zweckmäßig eines Schaubildes der Wärmekapazitäten der in Betracht kommenden Gase. In Tafel 2 sind in der Ordinatenrichtung die WE aufgetragen, die zur Erwärmung von 1 kg Gas bis zu der in der Abszisse angegebenen Temperatur T_{ih} erforderlich sind; die Tafel ist entstanden unter Berücksichtigung der Zunahme der spezifischen Wärmen bei steigender Temperatur.

Aus der chemischen Verbrennungsgleichung wird nun zunächst der Anteil des Heizwertes ermittelt, der pro kg Verbrennungsprodukt zur Verfügung steht. Von diesem sind die latenten Wärmeverluste abzuziehen, die für die Verdampfung der Flüssigkeiten benötigt werden. Die übrigbleibende Wärmeenergie ist dann der „nutzbare Heizwert" $E_{n\,eff}$.

Man ermittelt jetzt entsprechend dem prozentualen Anteil der einzelnen Verbrennungsgase mittels Tafel 2 für einige Temperaturen die erforderlichen Wärmekapazitäten. Durch Gegenüberstellung dieser Kapazitäten mit dem nutzbaren Heizwert ergibt sich dann T_{ih} bereits in erster Annäherung. Den genauen Wert erhält man leicht durch graphische oder rechnerische Interpolationen.

BEISPIEL:

Die Reaktion verlaufe nach den quantitativen Verhältnissen:

$$20\, C_2H_6O + 17\, H_2O + 84\, O_2 \rightarrow 77\, H_2O + 40\, CO_2 + 24\, O_2$$

Die Gewichtsverhältnisse dieser Reaktion sind

$$\frac{920 + 306 + 2688}{3914} \qquad \frac{1386 + 1760 + 768}{3914}$$